



گردآورنده

آترین آریا

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح متوسط:

۱- چهارضلعی $ABCD$ محدب است. P و Q روی خط AB قرار دارند به طوری که $BQ = AP \cdot K$

محل تقاطع دایره های محیطی ΔAPD و ΔPQD است. L محل تقاطع دایره های محیطی Δ

BQC و ΔAPC است. ثابت کنید $DCLK$ محاطی است.

۲- AB قطر دایره ω است. Q نقطه ای روی ω است. H پای ارتفاع Q بر AB است. ω_1 دایره

ای به مرکز Q و شعاع QH است. ω_1 را در C و D قطع می کند. (C و D در یک طرف AB

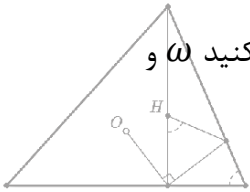
اند) ثابت کنید QH, CD را نصف می کند.

۳- M وسط ضلع AC از مثلث حاده ΔABC است و $AB > BC$. فرض کنید ω دایره محیطی

ΔABC باشد. مماس های وارد بر ω در A و C یکدیگر را در P قطع می کنند. BP, AC را در S

قطع می کند. AD ارتفاع مثلث ΔABP است و ω_1 دایره محیطی ΔCSD است. فرض کنید ω و

ω_1 یکدیگر را در $K \neq C$ قطع کنند. ثابت کنید $\angle CKM = 90^\circ$.



۴- $ABCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. Q نقطه ای روی کمان CD (که B روی آن قرار ندارد)

از دایره محیطی $ABCD$ است. G نقطه ای دلخواه روی BQ است. خط موازی با AB و CD که از

G میگذرد BC و BD را در S و R قطع می کند. AG دایره محیطی $ABCD$ را برای بار دوم در P

قطع می کند. ثابت کنید:

BG نیمساز CD است. $\Leftrightarrow PQRS$ محاطی است.

