



گردآورنده

سینا تسلیمی

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح متوسط:

۱- D و E و F به ترتیب روی اضلاع BC و AC و AB از مثلث $\triangle ABC$ قرار دارند. اگر AD و BE و CF در نقطه K هم‌رس باشند ثابت کنید:

$$\frac{AF}{FB} + \frac{AE}{EC} = \frac{AK}{KD}$$

۲- A_1 نقطه‌ای در سمت مخالف A نسبت به خط BC از مثلث $\triangle ABC$ به گونه‌ای است که

$A_1B = A_1C$ و B_1 و C_1 را هم به طریق مشابه تعریف می‌کنیم.

اگر $\angle BA_1C = \angle CB_1A = \angle AC_1B$ ثابت کنید که AA_1 و BB_1 و CC_1 هم‌رسند.

۳- در مثلث $\triangle ABC$ ، I مرکز دایره محاطی، M وسط ضلع BC و N محل تماس دایره محاطی

خارجی نظیر راس A با ضلع BC است. ثابت کنید $IM \parallel AN$.

۴- D و E و F به ترتیب نقاطی روی اضلاع BC و AC و AB از مثلث $\triangle ABC$ هستند به طوری که

AD و BE و CF هم‌رسند. ثابت کنید

$$\angle FDA = \angle EDA \Leftrightarrow AD \perp BC$$

F و E نقاطی روی اضلاع AC و AB از مثلث $\triangle ABC$ هستند به طوری که CF و BE نیمساز

زوایای $\angle ABC$ و $\angle ACB$ هستند. اگر $\angle CFE = 30^\circ$ باشد ثابت کنید $\angle BAC = 60^\circ$ یا

$$\angle ABC = 120^\circ$$

