



گردآورنده

سینا تسلیمی

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح متوسط:

۱- فرض کنید H و H' پای ارتفاع های راس A و A' بر ضلع مقابلشان در دو مثلث ΔABC و

$\Delta A'B'C'$ باشند. می دانیم $\angle BAC = \angle B'A'C'$ و $\frac{BH}{HC} = \frac{B'H'}{H'C'}$. ثابت کنید ΔABC و

$\Delta A'B'C'$ متشابه اند.

۲- از نقطه K در مثلث ΔABC بر اضلاع AB و AC عمود می زنیم تا آنها را به ترتیب در M و N

قطع کنند. ثابت کنید:

$BMNC$ محاطی است $\Leftrightarrow K$ روی ارتفاع راس A باشد

۳- فرض کنید در مثلث ΔABC ، M وسط ضلع BC ، I مرکز دایره محاطی و T محل برخورد AI

با دایره محیطی مثلث ΔABC باشند. ثابت کنید:

$$\cos \angle ABC + \cos \angle ACB = 1 \Leftrightarrow MI = MT$$

۴- اگر P نقطه ای درون مثلث ΔABC باشد ثابت کنید:

$$\frac{AP \cdot \sin \angle BAC}{\sin \angle BPC - \angle BAC} = \frac{BP \cdot \sin \angle CBA}{\sin \angle APC - \angle CBA} = \frac{CP \cdot \sin \angle ABC}{\sin \angle APB - \angle ABC}$$

