



گردآورنده

آترین آریا

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سوالات سطح پیشرفته ( چهار ضلعی محاطی و قوت ) :

۱-  $M$  وسط ضلع  $BC$  از مثلث  $ABC$  است.  $AD$  نیمساز زاویه  $\angle BAC$  است و  $D$  روی  $BC$  قرار دارد. دایره محیطی  $ABC$  را برای بار دوم در  $L$  قطع می کند. دایره محیطی  $\triangle ADM$ ،  $AC$  و  $AB$  را در  $P$  و  $Q$  قطع می کند.  $N$  وسط  $PQ$  است.  $H$  پای عمود وارد از  $L$  بر  $ND$  است. ثابت کنید  $LM$  بر دایره محیطی  $\triangle HMN$  مماس است.

۲-  $P$  و  $Q$  روی ضلع  $AC$  از مثلث  $\triangle ABC$  قرار دارند به طوری که  $PQ = \frac{AC}{2}$  و بین  $A$  و  $Q$  است.  $M$  وسط ضلع  $AC$  است. دایره های محیطی  $\triangle AQB$  و  $\triangle CPB$  و  $BA$  و  $BC$  را در  $X$  و  $Y$  قطع می کنند. ثابت کنید  $BXMY$  محاطی است.

۳-  $\omega_1$  دایره ای به قطر  $AB$  و  $\omega_2$  دایره ای به مرکز  $A$  است.  $\omega_1$  و  $\omega_2$  یکدیگر را در  $C$  و  $D$  قطع می کنند.

$E$  روی  $\omega_2$  طوری قرار دارد که  $C$  و  $E$  در یک طرف  $AB$  قرار دارند.  $BE$ ،  $\omega_2$  را برای بار دوم در  $F$  قطع می کند.  $K$  ( در همان سمت  $E$  و  $C$  نسبت به  $AB$  ) روی  $\omega_1$  طوری قرار گرفته است که

$CE \cdot AB = 2CK \cdot CA$ ،  $KF$ ،  $\omega_1$  را برای بار دوم در  $L$  قطع می کند. ثابت کنید قرینه  $D$  نسبت به

$BE$  روی دایره محیطی  $\triangle CFL$  قرار دارد.

۴- در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $AB = AC$ ،  $D$  وسط  $BC$  است.  $E$  نقطه ای بیرون  $\triangle ABC$  است که

$BE = BD$  و  $CE \perp AB$ . فرض کنید  $M$  وسط  $BE$  باشد. نقطه  $F$  روی کمان کوچکتر  $AD$  از دایره

محیطی  $\triangle ABD$  طوری قرار گرفته است که  $BE \perp MF$ . ثابت کنید  $FD \perp ED$ .

