



گردآورنده

سینا تسلیمی

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

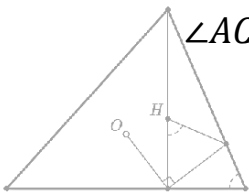
سوالات سطح پیشرفته (خواص مثلث سری اول) :

۱- الف) از L نقطه‌ی لموان موازی اضلاع رسم می‌کنیم تا اضلاع مثلث را در ۶ نقطه قطع کند . (برای هر ضلع محل برخورد خطی که به موازات آن ضلع کشیده شده و دو ضلع دیگر را در نظر می‌گیریم) ثابت کنید این ۶ نقطه هم دایره اند و مرکز آن دایره وسط OL می‌باشد که O مرکز دایره محیطی ΔABC است .

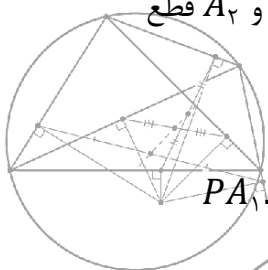
ب) از نقطه‌ی لموان پاد موازی اضلاع رسم می‌کنیم تا اضلاع را در ۶ نقطه قطع کنند . (برای هر ضلع محل برخورد خطی که پاد موازی آن ضلع کشیده شده و دو ضلع دیگر را در نظر می‌گیریم) ثابت کنید این ۶ نقطه روی دایره ای به مرکز نقطه‌ی لموان هستند .

۲- N وسط ارتفاع نظیر راس A , M وسط ضلع BC و L نقطه‌ی لموان در مثلث ΔABC است . ثابت کنید N و L و M همخط اند .

۳- در مثلث ΔABC , H مرکز ارتفاعی و G مرکز ثقل مثلث ΔBHC است . اگر $\angle ACB = 30^\circ$ باشد ثابت کنید که $\angle GAC = 30^\circ$.



۴- از نقطه‌ی P درون مثلث ΔABC خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا AB و AC را در A_1 و A_2 قطع کند . نقاط B_1 و B_2 و C_1 و C_2 را نیز به طور مشابه بدست می‌آوریم . ثابت کنید :



$$PA_1 \cdot PA_2 + PB_1 \cdot PB_2 + PC_1 \cdot PC_2 = \Delta ABC$$

قوت P نسبت به دایره محیطی ΔABC

۵- اگر F نقطه‌ی فرما و F' مزدوج همزاویه فرما باشد ثابت کنید قرینه F' نسبت به BC روی AF قرار دارد.

