



گردآورنده

اشکان میرزایی

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح متوسط:

۱- در چهار ضلعی محیطی $ABCD$ ، دایره محاطی است و به اضلاع AB ، BC ، CD و DA به ترتیب در S ، P ، Q و R مماس است. ثابت کنید QS و PR و AC هم‌مرس‌اند.

۲- در مثلث $\triangle ABC$ ، دایره محاطی است و در D بر BC مماس است. M وسط ضلع BC است. از M خطی موازی AD رسم کرده و آن را l_a می‌نامیم. l_b و l_c مشابه‌ها تعریف می‌شوند. ثابت کنید l_a و l_b و l_c هم‌مرس‌اند.

۳- AC و BD ، دو وتر از دایره w اند. عمود وارد از A بر AC و عمود وارد از B بر BD یکدیگر را در X قطع می‌کنند. عمود وارد از C بر AC و عمود وارد از D بر BD یکدیگر را در Y قطع می‌کنند. ثابت کنید AD ، BC و XY هم‌مرس‌اند.

۴- در دوزنقه $ABCD$ ، $AB \parallel CD$ است. دایره w_1 و w_2 در داخل دوزنقه قرار دارند طوری که w_1 بر AD ، AB و BC مماس است و پای تماس آن روی AB نام P دارد و w_2 بر AD ، DC و BC مماس است و پای تماس آن روی DC نام Q دارد. ثابت کنید قطرهای دوزنقه روی PQ هم‌مرس‌اند.

۵- مثلث $\triangle ABC$ و خط l مفروض‌اند A' تصویر A روی l است و l_a عمود وارد از A' بر BC است. l_b و l_c مشابه‌ها تعریف می‌شوند. ثابت کنید l_a و l_b و l_c هم‌مرس‌اند.

