

گردآورنده

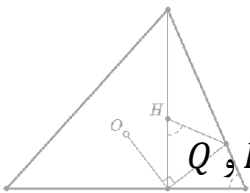
بنیامین قاسمی نیا  
مدال طلای کشوری  
المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح متوسط:

۱-  $\omega$  دایره ای است که از  $C$  گذشته و در  $B$  بر ضلع  $AB$  از مثلث  $\triangle ABC$  مماس است. اگر  $\omega$  ضلع  $AC$  را برای بار دوم  $D$  قطع کند ثابت کنید مرکز ارتفاعی مثلث  $\triangle ABD$  روی  $\omega$  است اگر و تنها اگر روی عمود منصف  $AB$  باشد.

۲- چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است.  $F$  محل برخورد  $AD$  با  $BC$  و  $E$  محل تقاطع  $AC$  با  $BD$  است.  $G$  به گونه ای انتخاب شده است که  $AC \parallel DG$  و  $BD \parallel CG$ . اگر  $H$  قرینه نقطه  $E$  نسبت به خط  $AD$  باشد ثابت کنید که چهارضلعی  $FHDG$  محاطی است.

۳- در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $D$  پای ارتفاع راس  $A$  بر ضلع  $BC$  است.  $P$  نقطه ای دلخواه روی خط  $AD$  و  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط  $BD$  و  $CD$  هستند. اگر  $X$  محل برخورد عمودهای وارد شده از  $M$  و  $N$  به ترتیب بر  $BP$  و  $CP$  باشند ثابت کنید  $XB = XC$ .



۴- در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $D$  و  $E$  و  $F$  به ترتیب پای ارتفاع نظیر رئوس  $A$  و  $B$  و  $C$  هستند.  $P$  و  $Q$

قرینه نقاط  $F$  و  $E$  به اضلاع  $AC$  و  $AB$  هستند. اگر  $O$  مرکز دایره محیطی مثلث  $\triangle ABC$  باشد ثابت کنید وسط  $AO$  مرکز دایره محیطی  $\triangle PDQ$  است.

