



گردآورنده

آترین آریا

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح پیشرفته:

۱- دایره ω در A بر دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ مماس است و AB را در K قطع می‌کند. مماس بر ω که از C رسم شده است ω را در L قطع می‌کند و KL ، BC را در T قطع می‌کند (T بین B و C است). ثابت کنید طول مماس از B بر ω برابر است با BT .

۲- D و E دو نقطه دلخواه روی اضلاع AB و AC از مثلث $\triangle ABC$ هستند. T وسط کمان BC از دایره محیطی $\triangle ABC$ است. TE و TD دایره محیطی $\triangle ABC$ را برای بار دوم در P و Q قطع می‌کنند. دایره های محیطی مثلث های $\triangle APD$ و $\triangle AQE$ نیمساز زاویه $\angle BAC$ را برای بار دوم در R و S قطع می‌کنند. ثابت کنید DS و RE و مماس بر دایره محیطی $\triangle ABC$ در A هم‌رس اند.

۳- چهارضلعی $ABCD$ را در نظر بگیرید. ادامه AB از B و ادامه CD از C یکدیگر را در Q قطع می‌کنند. ادامه BC از C و ادامه AD از D یکدیگر را در P قطع می‌کنند. دایره محاطی داخلی $\triangle PCD$ ، CD را در T_2 و دایره محاطی داخلی $\triangle QBC$ ، BC را در T_3 قطع می‌کند. دایره محاطی خارجی $\triangle PAB$ نظیر راس P ، AB را در T_4 و دایره محاطی خارجی $\triangle QAD$ ، AD را در T_1 قطع می‌کند. ثابت کنید T_1T_3 از Q می‌گذرد اگر و تنها اگر T_2T_4 از P بگذرد.

۴- M روی ضلع AC ، N و Q روی ضلع BC (بین Q و C) و P روی ضلع AB از مثلث

$\triangle ABC$ طوری قرار دارند که $AB \parallel MN$ و $AC \parallel PQ$. دایره های محاطی داخلی مثلث های

$\triangle BQP$ و $\triangle CNM$ در E و F بر AB و AC مماس اند. QF ، AC را در S و NE ، AB را در R

قطع می‌کند. ثابت کنید مرکز دایره محاطی $\triangle AEF$ روی دایره محاطی $\triangle ARS$ قرار دارد.