



گردآورنده

فاطمه سجادی

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح پیشرفته:

۱- در مثلث  $\Delta ABC$ ،  $N$  ناگل است.  $D$  و  $E$  به ترتیب محل برخورد  $BN$  و  $CN$  با ضلع مقابلشان هستند.  $M$  و  $N$  اوساط  $BE$  و  $CD$  اند. دو دایره محیطی مثلث های  $\Delta BEN$  و  $\Delta CDN$  یکدیگر را برای بار دوم در  $P$  قطع می کنند. نقطه  $K$  به گونه ای انتخاب شده است که  $KM \perp MP$  و  $KN \perp NP$ . ثابت کنید چهارضلعی  $AKBC$  محاطی است.

۲- اگر در چهارضلعی محیطی  $ABCD$ ،  $M$  نقطه میشل باشد ثابت کنید  $\angle AMD = \angle CMB$ .

۳- در مثلث  $\Delta ABC$ ،  $D$  و  $E$  و  $F$  به ترتیب محل تماس دایره محاطی داخلی با اضلاع  $BC$  و  $AC$  و  $AB$  هستند. خط عمود وارد شده از  $D$  بر  $EF$  ضلع  $AB$  را در  $X$  قطع می کند. اگر دایره محیطی مثلث  $\Delta AEF$  دایره محیطی  $\Delta ABC$  را برای بار دوم در  $T$  قطع کند ثابت کنید  $TX \perp TF$ .

۴-  $\omega$  دایره محیطی مثلث  $\Delta ABC$  و  $I$  مرکز دایره محاطی آن است.  $M$  و  $N$  اوساط کمان های  $AC$  و  $AB$

و  $D$  وسط پاره خط  $MN$  است.  $G$  نقطه ای دلخواه روی کمان  $BC$  است.  $I_1$  و  $I_2$  به ترتیب

مرکز دایره محاطی  $\Delta ACG$  و  $\Delta ABG$  هستند. اگر دایره محیطی  $\Delta I_1 I_2 G$ ،  $\omega$  را برای بار دوم در  $P$

قطع کند ثابت کنید که  $D$  و  $P$  و  $I$  همخط اند.

