بسمه تعالی

گردآورنده

بنیامین قاسمی نیا

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال۹۵

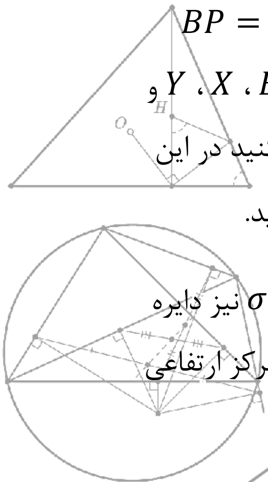
المپیاد هندسه ایران

سطح متوسط:

۱- در مثلث $\triangle ABC$، D پای ارتفاع نظیر راس A می‌باشد. نقاط E و F نیز به ترتیب پای ارتفاع وارد از D بر AB و AC هستند. اگر K پای ارتفاع نظیر راس B باشد، نشان دهید KD از وسط EF می‌گذرد.

۲- چهارضلعی $ABCD$ یک متوازی الاضلاع است. نقطه دلخواه P را روی قطر BD در نظر بگیرید. R و Q به ترتیب محل برخورد AP با BC و DC است. ω_1 دایره ای است به مرکز P و شعاع PA. ω_2 نیز دایره محیطی مثلث $\triangle CQR$ است . اگر ω_1 و ω_2 در X و Y با یکدیگر برخورد کنند ثابت کنید PX و PY بر ω_2 مماس می‌باشند.

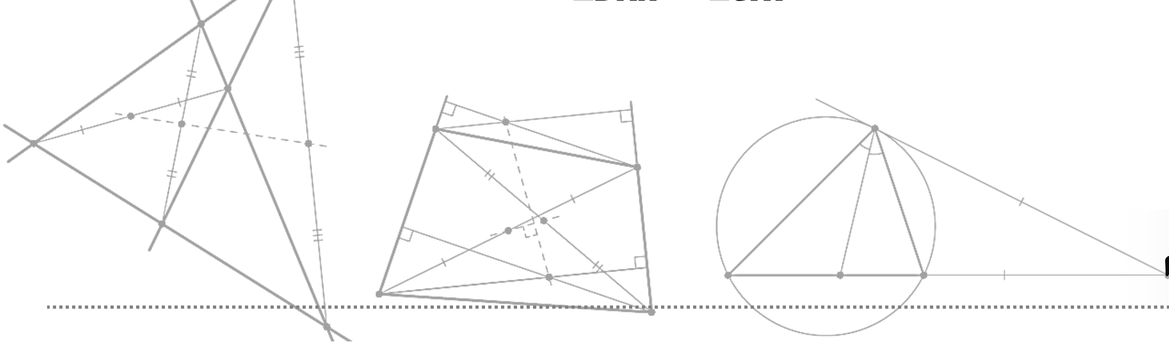
۳- مثلث $\triangle ABC$ مفروض است. فرض کنید ω دایره محیطی آن باشد. ارتفاع متناظر با راس C، AB را در D و ω را برای بار دوم در E قطع می‌کند. نیمساز همین راس AB را در F و ω را برای بار دوم در G قطع می‌کند. GD با ω برای بار دوم در H برخورد می‌کند. I نیز دومین محل برخورد HF با ω است. نشان دهید $AI = EB$.



۴- در مثلث $\triangle ABC$ میدانیم $AB = AC$. نقاط Q و P روی ضلع BC طوری قرار دارند که $BP = PQ = CQ$. نقاط X و Y به ترتیب روی AP و AQ و در خارج از مثلث $\triangle ABC$ طوری قرار دارند که نقاط B، X، Y و C روی یک دایره واقع شدند طوری که کمان های BX و XY و YC از این دایره با هم برابرند. فرض کنید در این دایره کمان BC برابر مقدار β باشد . فرض کنید زاویه $\angle BAC$ برابر با α باشد . مقدار $\frac{\alpha}{\beta}$ را بدست آورید.

۵- در مثلث $\triangle ABC$ فرض کنید O مرکز دایره محیطی باشد. ω دایره محیطی مثلث $\triangle BOC$ است. σ نیز دایره نه نقطه این مثلث است (دایره ای که از وسط اضلاع , پای ارتفاع ها و وسط AH و BH و CH که H مرکز ارتفاعی است می‌گذرد). اگر ω و σ در X و Y برخورد کنند نشان دهید:

$$\angle BAX = \angle CAY$$



سری هفتم