



گردآورنده

بنیامین قاسمی نیا

مدال طلای کشوری

المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح پیشرفته:

۱- دایره محاطی مثلث $\triangle ABC$ در نقاط D, E, F بر اضلاع BC, AC, AB مماس است. P نقطه ای دلخواه روی EF است. Q دومین محل برخورد DP و دایره محاطی است. R نیز محل برخورد FQ و ED است. نشان دهید P, B, R همخطاند.

۲- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ داریم $\angle ABC = 90^\circ$. D نقطه ای دلخواه روی ضلع AC است. M وسط BD و E محل برخورد AM با عمود منصف BC است. ثابت کنید $CE \parallel BD$.

۳- I مرکز دایره محاطی مثلث $\triangle ABC$ است و D پای ارتفاع I بر BC . خط عمود بر AD و گذرنده از D در نقاط X و Y با IB و IC برخورد می کند. نشان دهید D وسط XY است.

۴- مثلث حاده الزاویه $\triangle ABC$ را در نظر بگیرید. I مرکز دایره محاطی مثلث است. دایره محاطی در نقاط D, E, F بر اضلاع BC, AC, AB مماس است. خطوط BI و CI و BC و DI نیز EF را به ترتیب در K, L, M و Q قطع می کنند. خطی که از M و از وسط پاره خط CL می گذرد با CK

$$PQ = \frac{AB \cdot KQ}{BI}$$

در P برخورد می کند. نشان دهید.

