

گردآورنده

بنیامین قاسمی نیا

مدال طلای کشوری

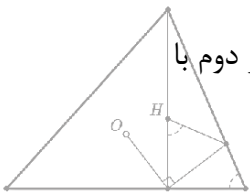
المپیاد ریاضی سال ۹۵

سطح پیشرفته:

۱- فرض کنید ω دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ باشد. مماس بر ω در نقاط B و C با یکدیگر در نقطه P_A برخورد می کنند. AP_A نیز برای بار دوم در Q_A با BC برخورد می کند. T_A وسط کمان BAC است. A' محل برخورد $T_A Q_A$ با BC است. نقاط B' و C' نیز مشابه برای رئوس B و C ایجاد می شوند. نشان دهید AA' , BB' و CC' همرسند.

۲- نقاط P و Q در خارج از مثلث $\triangle ABC$ طوری قرار دارند که مثلث های $\triangle APB$ و $\triangle AQC$ با همین ترتیب رئوس متشابه هستند. PB و QC با یکدیگر در X برخورد می کنند. Y نیز محل برخورد BQ و CP است. نشان دهید $\angle BAX = \angle CAY$.

۳- در مثلث $\triangle ABC$, D پای ارتفاع نظیر راس A می باشد. نقطه M وسط ضلع BC است و نقطه N روی BC طوری انتخاب شده که $DN = DM$. اگر دایره محیطی مثلث $\triangle AMN$ برای بار دوم با AB و AC در P و Q برخورد کند، نشان دهید CP , BQ و AN همرسند.



۴- چهارضلعی محدب $ABCD$ مفروض است. نقاط P , Q و R به دلخواه روی اضلاع AB , BC و CD انتخاب شده اند. X محل برخورد QP و AC است. Y نیز محل برخورد QR با BD می باشد. ثابت کنید PY و RX روی AD همرسند.

